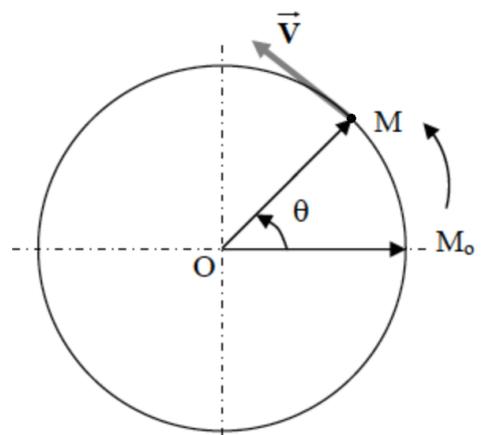




**Consignes générales :**

- L'ordre est indifférent, mais on séparera clairement les exercices ;
- il est conseillé de tous les aborder (difficulté progressive dans un exercice).
- Toute question, même qualitative, appelle une réponse argumentée.
- La qualité de la rédaction (*français et écriture mathématique*) sera notée.
- La qualité de la présentation également : soin, aération, résultats encadrés.
- Une application numérique sans unité explicite et appropriée ne sera pas prise en compte.
- Pour le nombre de chiffres significatifs à conserver pour le résultat final, on s'aligne sur la donnée la moins précise, avec au moins 2 chiffres significatifs (sauf indication contraire).

**MOUVEMENT CIRCULAIRE**

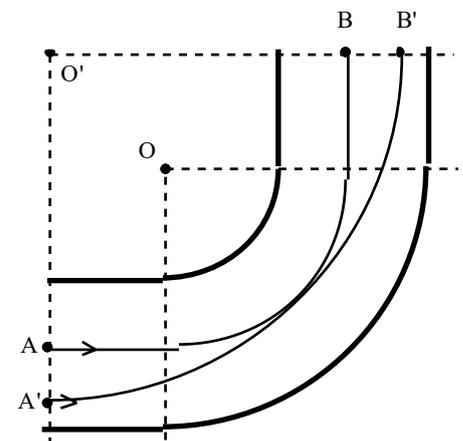


- 1) Compléter le premier schéma en faisant apparaître la base cylindrique associée au mouvement, ainsi que le vecteur accélération dans l'hypothèse où la vitesse augmenterait au passage en M.
- 2) Établir les expressions de la vitesse et de l'accélération de M dans la base polaire pour un mouvement uniforme de vitesse angulaire  $\omega$ .
- 3) On envisage deux trajectoires d'une voiture prenant un virage à vitesse constante (2<sup>e</sup> schéma) :

- la première consiste à aborder le virage en A, à parcourir une portion rectiligne, puis un quart de cercle de centre O, de rayon  $R_A = 75$  m, et enfin terminer sur une portion rectiligne pour arriver en B.

- la deuxième consiste à aborder le virage en A' et suivre une trajectoire circulaire de centre O', de rayon  $R_{A'} = 90$  m, jusqu'au point B'.

Calculer les longueurs de chacune des trajectoires.



- 4) Pour des raisons de sécurité, l'accélération subie dans le virage ne doit pas dépasser 1,5 g. Déterminer littéralement puis en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  les vitesses maximales auxquelles le pilote pourra rouler sur chaque trajectoire, avec  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .
- 5) Calculer les durées nécessaires pour aller de A à B et de A' à B'. Conclure sur le choix.
- 6) À la sortie du virage, le pilote voit un signal d'arrêt d'urgence ; il réagit en  $\frac{1}{2}$  seconde, freine brutalement en ligne droite, et s'immobilise deux secondes et demie après la sortie du virage. Estimer la distance parcourue de la sortie du virage à l'arrêt.

# CONCOURS COMMUN 2000

## DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

### Epreuve de Physique et Chimie (toutes filières)

Lundi 22 mai 2000 de 08h00 à 12h00

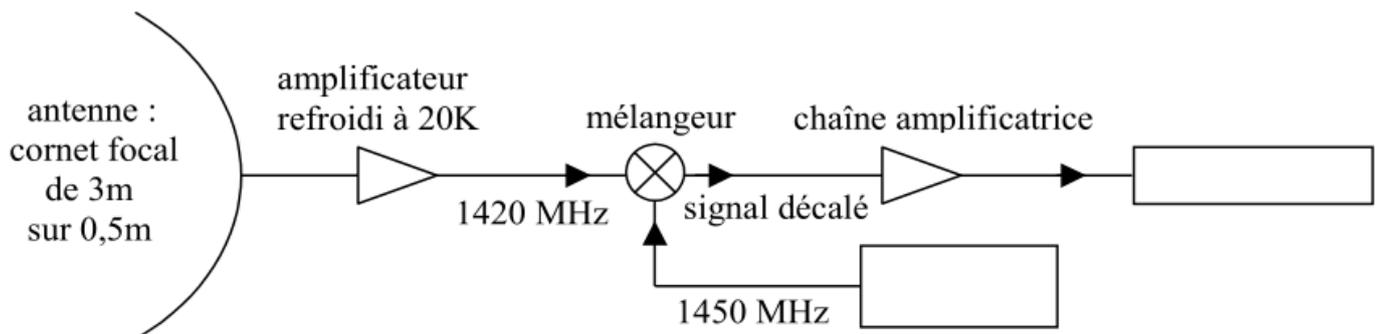
Les candidats inséreront le document réponse dans les autres feuilles de composition après y avoir reporté leur code d'inscription.

*Hydrogène : découvert par Henry Cavendish en 1766, nommé par Lavoisier  
(du grec hudôr, eau, et gennân, engendrer)  
Corps simple gazeux, très léger, qui entre dans la composition de l'eau.  
C'est l'élément le plus abondant dans l'univers.*

### III - Simulation d'un élément de radiotélescope

Inauguré en 1965, le radiotélescope de Nançay a été créé pour étudier le décalage Doppler de la raie 21 cm de l'atome d'hydrogène. C'est un moyen privilégié d'étude de la cinématique de l'hydrogène interstellaire, et donc des mouvements dans l'univers.

De 1956 à 1967, de nombreux chercheurs ont travaillé à la très délicate mise au point de la chaîne de réception suivante :



On se propose de reproduire le principe d'un mélangeur en se plaçant 6 décades plus bas en fréquence.

#### III-1 Dédoublage de fréquence

Aucune connaissance préalable du circuit AD633 n'est nécessaire.

On a deux tensions :  $a(t) = A \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_a \cdot t)$   $f_a = 1420 \text{ Hz}$

$e_0(t) = E_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi_0)$   $f_0 = 1450 \text{ Hz}$

misés aux entrées d'un multiplieur AD633 ; on obtient en sortie une tension :

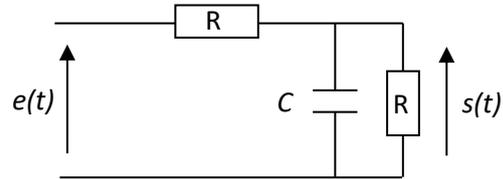
$$m(t) = a(t) \times e_0(t)$$

Montrer que  $m(t)$  est la superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquence  $f$  et  $f' > f$  :

$m(t) = M \cdot [\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_0) + \cos(2 \cdot \pi \cdot f' \cdot t + \varphi_0)]$ . Calculer numériquement  $f$  et  $f'$ .

### III-2 Filtrage

On utilise le filtre suivant :



**III-2-a** Déterminer sans calcul le type de ce filtre.

**III-2-b** Établir la fonction de transfert  $H(x)$  de ce filtre en fonction de  $x = RC\omega$ .

**III-2-c** Déterminer sa pulsation de coupure  $\omega_c$ , en fonction de  $R$  et  $C$ .

**III-2-d** On a tracé ci-dessous le diagramme de Bode en gain de ce filtre.

Déterminer un ordre de grandeur du produit  $RC$ .

**III-2-e** En haute fréquence, pourquoi parle-t-on d'une intégration ?

Comment vérifie-t-on cette propriété sur le diagramme de Bode en gain ?

Vers quelle valeur tend alors le déphasage de  $s(t)$  par rapport à  $e(t)$  ?

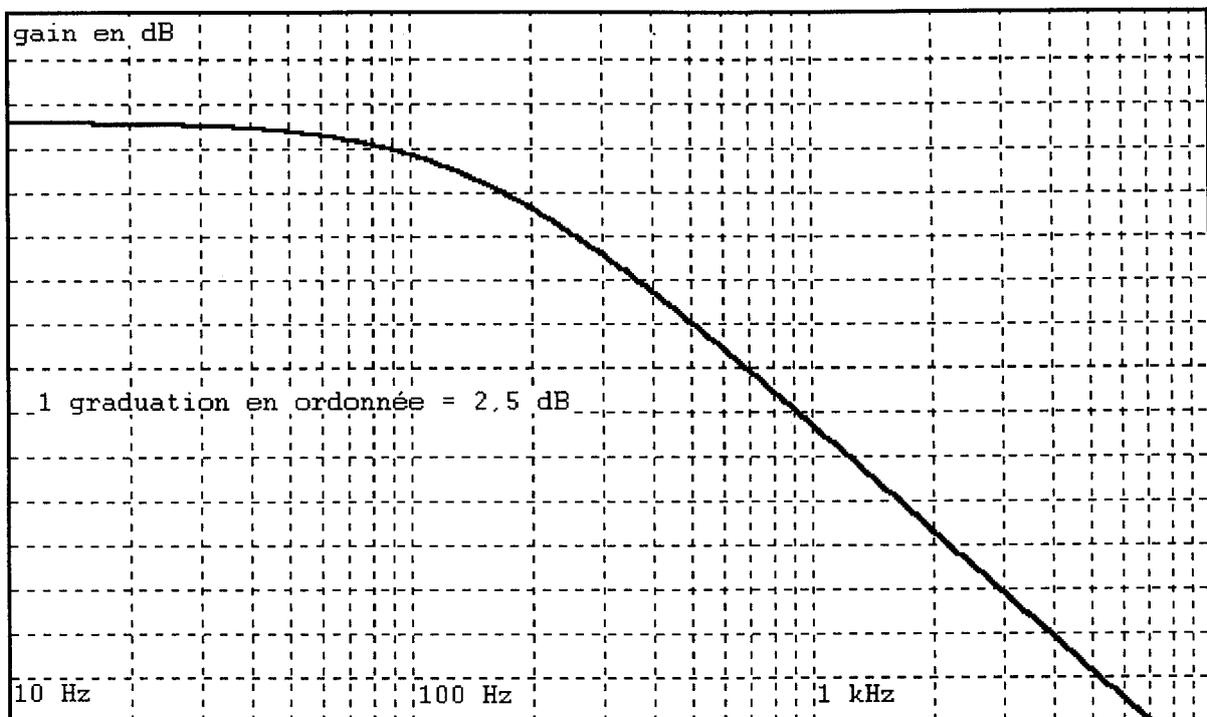
### III-3 Le mélangeur

On applique à l'entrée de ce filtre le signal  $m(t)$ .

La sortie est alors  $s(t) = S \cos(2\pi f t + \varphi_s) + S' \cos(2\pi f' t + \varphi_{s'})$ .

**III-3-a** Déterminer la valeur numérique de  $\frac{S'}{S}$  à partir du diagramme de Bode.

**III-3-b** Sachant que l'atténuation de la véritable chaîne de réception est bien supérieure, en déduire la valeur de la fréquence du *signal décalé* de la chaîne originale.



— = FIN = —

# MOUVEMENT CIRCULAIRE

**corrigé**

1) 2) Cours :  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt} = \frac{d(R \cdot \vec{e}_r)}{dt} = R \frac{d\vec{e}_r}{dt} = R \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$ , or  $\frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = \vec{e}_\theta$ , donc :  $\boxed{\vec{v} = R \cdot \omega \cdot \vec{e}_\theta}$ .

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(R \cdot \omega \cdot \vec{e}_\theta)}{dt} = R \cdot \omega \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} + R \frac{d\omega}{dt} \cdot \vec{e}_\theta$ , or  $\frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\vec{e}_r$  et  $\omega = \text{cste}$  pour un mouvement uniforme, donc :  $\boxed{\vec{a} = -R \cdot \omega^2 \vec{e}_r}$ .

3) Trajectoire AB :  $L = 2 \cdot AA_1 + \pi \cdot R_A / 2$  où  $A_1$  est le début de la trajectoire circulaire.

Or  $AA_1 = O'O \cdot \cos(45^\circ) = (R_A' - R_A) / \sqrt{2} \Rightarrow L = \sqrt{2} (R_A' - R_A) + \pi \cdot R_A / 2 = \boxed{139 \text{ m}}$

Trajectoire A'B' :  $L' = \pi \cdot R_A' / 2 = \boxed{141 \text{ m}}$ .

4) En MCU :  $a = R \omega^2 = v^2 / R \leq 1,5 \cdot g$  donc :  $\boxed{v \leq \sqrt{1,5 \cdot g \cdot R}}$ .

Sur AB :  $v_{\max} = 33,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \boxed{121 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$  ; sur A'B' :  $v'_{\max} = 36,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \boxed{132 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$ .

5) Temps de parcours sur AB :  $T = L / v_{\max} = \boxed{4,15 \text{ s}}$ .

Temps de parcours sur A'B' :  $T' = L' / v'_{\max} = \boxed{3,84 \text{ s}}$  ; cette trajectoire est donc préférable.

6) On fait l'approximation d'une décélération constante de norme  $a$ .

Pendant la phase de freinage (début à  $t = 0$ ) :  $v(t) = v_0 - at$  et  $x(t) = v_0 t - at^2 / 2$ .

A.N. : le freinage dure 2 s et on en déduit  $a \approx 18,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $x \approx 36,7 \text{ m}$ .

Pendant la durée de réaction de  $\frac{1}{2} \text{ s}$ , la distance parcourue est de  $\frac{v_0}{2} \approx 18,4 \text{ m}$ .

La **distance totale parcourue** est donc d'environ  $\boxed{55 \text{ m}}$ .

Complément : le temps de réaction d'un pilote de formule 1 est de 0,2 à 0,3 s, mais on compte plus prudemment environ une seconde pour un conducteur lambda, dont la voiture aura de plus une décélération plus faible (freins et pneus), d'où ce genre de valeurs :

|  | <b>30</b> | <b>50</b> | <b>70</b> | <b>80</b> | <b>90</b> | <b>110</b> | <b>130</b> |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| Distance parcourue pendant le temps de <b>RÉACTION</b> | 8         | 14        | 19        | 22        | 25        | 30         | 36         |
| Distance parcourue pendant le <b>FREINAGE</b>          | 4         | 12        | 24        | 32        | 40        | 60         | 83         |
| Distance d' <b>ARRÊT</b>                               | 12        | 26        | 43        | 54        | 65        | 90         | 119        |

## RADIOTELESCOPE **corrigé**

**III-1**  $m(t) = AE_o[\cos(2\pi(f_o - f_a)t + \varphi_o) + \cos(2\pi(f_o + f_a)t + \varphi_o)]$  alors :

$$\boxed{f = f_o - f_a = 30\text{Hz}} \text{ et } \boxed{f = f_o + f_a = 2870\text{Hz}}$$

**III-2-a**

- En basse fréquence, le condensateur coupe le circuit, on a un diviseur de tension :  $s = \frac{1}{2}$ .
- En haute fréquence, le condensateur est comme un fil, on a  $s = 0$ . C'est donc **un passe bas**.

**III-2-b** On a un diviseur de tension :  $\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{R + \underline{Z}}$  avec  $\underline{Z} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$

$$\text{Alors, } \underline{H} = \frac{\underline{Z}}{R + \underline{Z}} = \frac{\frac{R}{1 + jRC\omega}}{R + \frac{R}{1 + jRC\omega}} = \frac{R}{2R + jR^2C\omega} = \frac{1}{2 + jRC\omega} = \frac{1}{2 + jx} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + j\frac{x}{2}}$$

La fonction de transfert est :  $\boxed{\underline{H}(x) = \frac{1}{2 + jx}}$

**III-2-c**  $G^2 = \frac{1}{4 + x^2}$  ;  $G_{\max} = \frac{1}{2}$  et à la coupure  $G = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$  donc  $4 + x^2 = 8$  soit  $x = 2$  et  $\boxed{\omega_c = \frac{2}{RC}}$ .

NB : on reconnaît la forme canonique :  $H = \frac{H_{\max}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$

**III-2-d** On détermine la fréquence de coupure à -3 dB :  **$f_c = 150$  Hz**, d'où  **$RC = 2,1$  ms**.

**III-2-e** A haute fréquence,  $\underline{H}(x) \approx \frac{1}{jx}$  : on reconnaît **l'opérateur intégration**.

Diag. de Bode : caractérisé par une pente de -20 dB/dc et un déphasage qui tend vers -90°

**III-3-a** Il y a 26,25 dB entre 30 Hz et  $f' = 2870$  Hz.

Les deux fréquences ont la même amplitude M. On a donc  $\boxed{\frac{S}{S'} = 10^{\frac{26,5}{20}} = 20,5}$

**III-3-b** C'est la moins atténuée des deux fréquences, soit **30 MHz** (écart de 6 décades du modèle).

**— = FIN = —**